

数学Ⅱの応用問題を、弘道塾ではどう考えるか

— 手が止まったときの5つの確認 —

xy 平面において、円 $C_1: x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ と、半径3の円 C_2 が外接している。

さらに、 C_2 が半径 9 の円 C_3 に内接しているとき、 C_1 と C_3 の中心間の距離を d とする。

このとき、 d の取りうる値の範囲を求めよ。

【1998 年 千葉工業大学の問題をもとに改題】

円 C_1, C_2, C_3 の中心を、それぞれ O_1, O_2, O_3 とする。

この問題を、弘道塾では以下のように整理していきます。

① 何を求める問題か

最後に何が分かればよいか。何を証明すればよいか。答えをどのような形で示すか。

① 円 C_1 と C_3 の中心から d の範囲 $\Rightarrow$ 中心が「最も近い」と「最も遠い」となる2

② 何を与えられているか

条件をすべて拾ったか。定義や公式を使うための前提を満たしているか。まだ使っていない条件はないか。

② ACの方程式: $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$
 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 9+16$
 $=25 \Rightarrow$ 中心 $(3, -4)$ 半径 5 の円

因 C_2 半径: 3, 因 C_3 半径: 9

③ 図・式・表・グラフに直せないか

文章のまま考え続けず、数量の関係を見える形に置き換える。

③ 外積・内積 $\Rightarrow$ 中心問題の (f_2) と読み変え

$$C_1 \cup C_2 \neq \varnothing \text{ 外 } \frac{1}{4}$$

$\bigcirc_5 \cap \bigcirc_3 \Rightarrow d_1^2 + 5 + 3 = 0$

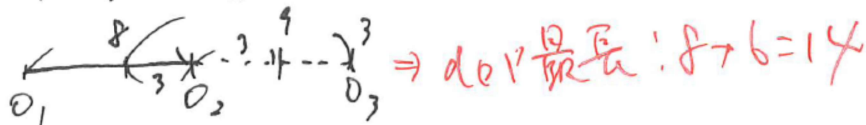
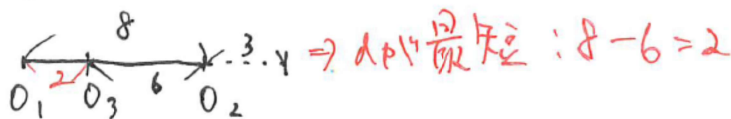
C_2, C_3 は内接

 $\Rightarrow d_2 = 3 - 1 = 2$

④ どこから試せるか

定義や基本に戻る。簡単な場合を試す。ゴールから逆算する。似た問題との共通点を探す。

④ 142" は $\angle$ 中 141" の点, 2" 考 23



$$I, 2 \quad 2 \leq d \leq 14 \quad \leftarrow (5) \quad OK.$$

⑤ 答えは条件に合っているか

符号・範囲・単位を確認する。すべての条件を満たしているか、問題で聞かれたことに答えているかを見直す。